

התכנון הליניארי

הפונקציה הקונקבה ציבורית היא ממוצעת VCG. את הפונקציה המציינת בציבורית אלוהין, היא הפונקציה למקסימום "תוחלת תמורה"

$$f = \operatorname{argmax}_a \sum V_i(a)$$

$$P_i = h_i(v_i) - \sum_{j \neq i} V_j(a^*)$$

$$a^* = f(v_1, \dots, v_n)$$

$h_i(v_i) = \sum_{j \neq i} V_j(a)$ זהו מה שהיה נפתר בלי אס אס וראונו כמה ציבוריות קואסינות חמוצות הנה.

שאלה: מה היתרון של בחירה $h_i(v_i)$ ככה? האינו לשה ל- את הנה A- כדיק זמקום $0 < h_i < v_i$

תשובה: יש רמת של בלע בלה שיהי זמן אדם (חברה) אחר, זאת אן רובה ולשה תכלה - אנו צריך לשה.



w_e - הלוח האמורה של השה בלע e
A - אדמות s-t

$$v_e(l) = \begin{cases} 0 & \text{if } e \notin l \\ -w_e & \text{if } e \in l \end{cases}$$

$\sum_e v_e(l) = - \sum_{e \in l} w_e$ ← אום ממקסימום א- הביאנו הנה, ממקסימום בלע אן הוונה החברה

אם מה קורה אם (w_e) הוא אינף פסי של הבלע? צריך לשה תשה כך להמחצן היה כנה כלה אמריי אן הלוחי שהם אמפנו, ואם המחצן מהם אן השהו בקצב ביאנו.

- מ לאנו אן ולשה ה- אן ולשה או פום
- מ לאנו ולשה ה, אנו ולשה אן המסימי שהאנו ים אנה ולשה הינו מוחים קו.

← נשה אן שמחה הננה כון לאנו זמנה. אום ציין אשה אן אונה מהבלע בקצב $5 \cdot 10^5$ והשהל- ביוף הוא $(5 \cdot 10^5)^2$

← מה קורה אם יש אחד לאנו אפס ולשה בלדנו פום? מוחצן שפנו, שמייים זקנה שפלו - אן ביהי, חייבים לשה או וכל ממפן, מוחצן אנה - אפס היה אשה יו אן כנה לשה אן אנהי אן הבלע (נוי אנהי כשה אן אנה) * מוחצן הנו הנהי (היג ליש אן שפוליי צים

VCG הוא הנה. הנה. הנהי, אכן הנהי ספציים אנהי אן קנה צמח ממתיי אלוהי.

Cost Sharing

M אולפוסיה
C פונקציה $C: \mathbb{R}^N \rightarrow \mathbb{R}$

$v_i \geq 0$ כנה פשינה אנהי
M = $\langle \vec{q}, \vec{p} \rangle$ מחצן

כנה מ שפן → $q_i = c_i$ אן $q_i = 0$ אנה ציין אשה

הנהי של שפן: רוונה חברה

$$w(S, v) = \sum_{i \in S} v_i q_i - p_i$$

← הקולנה אנהי

מתי ניתן להניח בוא כנה (או Strategy Proof) אם כל i
 $v_i q_i - p_i \geq v_i q'_i - p'_i$

$v = (v_i, v_{-i})$ - התוצאה תהי
 $v = (v'_i, v_{-i})$ - התוצאה תהי

Group Strategy Proof (GSP) - כנה על קבוצות - זו תכונה חזקה יותר
 חזקה מכנה, כי המניח בה הן, ולעיתים קרובות נכון לקבוע.

אם $T \subseteq N$, אם $v_i q_i - p_i \geq v_i q'_i - p'_i$ לכל $i \in T$ אז מתקיים חסינות
 \leftarrow אם אדם מחסר הקבוצות T (ולכן אדם אחר לא נפסד, אחרת
 נמוך הם לא היו שלמים (בלתי))

- 1) אישון תקציבים: Budget Balanced $\sum_{i \in S} p_i = c(s)$
 - 2) No Positive Transfers $\forall i, p_i \geq 0$
 - 3) Individual Rationality $\forall i, u_i \geq 0$ (מינימום צריכה)
 - 4) Consumer Sovereignty v_i לכל i (הצרכן)
- $q_i = 1$ - אסור v_i

(Budget Balanced) $\sum_{i \in S} p_i = c(s)$ $p: C \times S \rightarrow \mathbb{R}^n$

- * אתה $S = N$
- * אם $i \in S$ ו- $p_i < v_i(s)$
- * אם $i \notin S$ ו- $p_i > 0$

(!) המניח כי יש להוסיף את $C(s)$ הן המספרים
 (2) כל אדם יצטרף להתחבר עם מנהל

מניח: S תהי הקב' המותרת מכלל

$$p_i = \begin{cases} 0 & i \notin S \\ p_i(s) & i \in S \end{cases}$$

הצרכן: עיסת חוקה חלילה הנה Cross-Monotonic אם לכל $S \subseteq T$ $i \in S$
 $p_i(s) \geq p_i(t)$ (אם הצרכן יצטרף למעשה אפילו לא i , הרי ישו משהו אחרת...)

GSP: אם P הנה Cross-Monotonic, המניח הן הנה GSP

אילו תכונות נדרשות?
 - אישון תקציבים - Budget Balanced
 - Individual Rationality - נכונה
 - כל אדם אחר (NPT) - נכונה

GSP זו תכונה חזקה יותר, גרידא ולרוב המניח, לכן היא חזקה יותר.

הוכחה: תהי P עיסת חוקה חלילה CM ו- V אדם עם התכונות S הקבוצה ה"אזנה"
 נניח כשזה שנייה קבוצה T שמחזיקה שוקר $v' = (v'_T, v'_{-T})$

S' הקבוצה המותרת תהי v'
 תהי $S'' = S \cup S'$ ו- q''_i, q'_i, q_i אקטורים מציינים על S'', S', S בהתאמה.
 (x) $v_i q''_i - p_i(s'') \geq v_i q'_i - p_i(s')$ $i \in T$ (אם $i \in S'$ אז $v_i = 0$ ו- $p_i(s'') = p_i(s')$)
 - $i \notin S''$ שני הצדדים הם 0
 - $i \in S'$ נכונה CM כי $p_i(s'') \leq p_i(s')$ ו- $v_i q''_i = v_i q'_i$
 - $i \in S'' \setminus S'$ $v_i - p_i(s'') \geq 0$ כי $v_i - p_i(s'') \geq 0$

$$v_i - p_i(s'') \geq v_i - p_i(s) \geq 0$$

מותרת (המניח), אם $i \in T$ $v_i q_i - p_i(s) \leq v_i q'_i - p'_i(s)$ אי-אפשר אדם אחר.

8.7.04.2010
-3-

יהי T (קב"ל) $(*) \Rightarrow$ $v_i q_i^u - p_i(s'') \geq v_i q_i - p_i(s)$ $(**)$

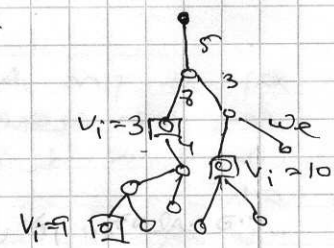
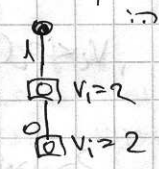
הוכחה: $i \notin T$ כל שתייה $(**)$
 $i \in S$ אז $s \supseteq s'$ ולכן $v_i q_i - p_i(s) \geq v_i q_i - p_i(s')$
 $i \notin S''$ אז $v_i q_i - p_i(s'') \geq v_i q_i - p_i(s')$
 $v_i - p_i(s') \geq 0 \Rightarrow v_i - p_i(s) \geq 0 \Rightarrow v_i - p_i(s'') \geq 0$

הוכחה: $(**)$ נגזרת, ולכן כל שתייה $s'' \setminus S \neq \emptyset$

יהי t האגף (אם האגף הוא t) $s'' \cap (s^t - s^{t+1}) \neq \emptyset$
 $v_i < p_i(s^t) \leq p_i(s'')$ אז $v_i - p_i(s'') < 0$
 $\Rightarrow v_i q_i^u - p_i(s'') < 0$

מקרה $(**)$ - ר' $(**)$
 multicast, כל מיני זיו-אם של u ושל t .
 Clark's pivot - כל מיני זיו-אם של u ושל t .

כל מיני זיו-אם של u ושל t
 $\sum v_i = 4$



Shapley $p_i(s) = ?$

כל מיני זיו-אם של u ושל t $(c(T \cup \{i\}) - c(T))$

$$\sum_{T \subseteq S} \frac{|T|!(|S|-|T|-1)!}{|S|!} [c(T \cup \{i\}) - c(T)]$$